

Reg. No. :

Code No. : 20581 B Sub. Code : SMMA 64

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2021.

Sixth Semester

Mathematics — Core

DYNAMICS

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer.

1. ஓர் எறிபொருள் அடையும் மீப்பெரு உயரம்

(அ) $\frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ (ஆ) $\frac{u^2 \cos^2 \alpha}{2g}$

(இ) $\frac{u \sin^2 \alpha}{2g}$ (ஈ) $\frac{2u \sin \alpha}{g}$

Greatest height attained by a projectile is

(a) $\frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ (b) $\frac{u^2 \cos^2 \alpha}{2g}$

(c) $\frac{u \sin^2 \alpha}{2g}$ (d) $\frac{2u \sin \alpha}{g}$

2. 45° கோணத்தில், $80\sqrt{2}$ அடி/வினாடி வேகத்தில் எறியப்பட்ட ஒரு பொருள் பறப்பதற்கு எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம்

(அ) 2 வினாடி (ஆ) 5 வினாடி
(இ) 4 வினாடி (ஈ) 3 வினாடி

A particle is projected with velocity $80\sqrt{2}$ ft/sec at an elevation of 45° then the time of flight is

(a) 2 sec (b) 5 sec
(c) 4 sec (d) 3 sec

3. உந்தம் என்பது ஒரு

(அ) மாறிலி (ஆ) திசையிலி
(இ) வெக்டார் (ஈ) இவை ஏதுமில்லை

Momentum is a _____.

(a) constant (b) scalar
(c) vector (d) none of the above

4. ஒரு முழு மீட்சித்தன்மையுள்ள கோளம் ஒரு வழுவழப்பான நிலை தளத்தின் மீது சாய்வாக மோதும் போது அதன் பிரதிபலிப்பு கோணம் = _____.

(அ) 90° (ஆ) 45°
(இ) 0° (ஈ) படுகோணம்

When a perfectly elastic sphere impinges on a fixed smooth plane, the angle of reflection = _____.

- (a) 90° (b) 45°
(c) 0° (d) angle of incidence

5. ஒரு சீரிசை இயக்கத்தின் மீப்பெரு திசைவேகம் 1 மீ/வினாடி , அதன் இயக்க காலம் வினாடியில் $\frac{1}{5}$ மடங்கு எனில் அதன் வீச்சு

- (அ) $\frac{1}{10} \text{ மீ}$ (ஆ) $10\pi \text{ மீ}$
(இ) $\frac{\pi}{10} \text{ மீ}$ (ஈ) $\frac{1}{10\pi} \text{ மீ}$

The maximum velocity of a particle executing SHM is 1 m/sec and its period is $\frac{1}{5}$ of the second.

The amplitude is

- (a) $\frac{1}{10} \text{ m}$ (b) $10\pi \text{ m}$
(c) $\frac{\pi}{10} \text{ m}$ (d) $\frac{1}{10\pi} \text{ m}$

6. $x = a \cos wt + b \sin wt$ எனில் சீரிசை இயக்கத்தின் மாறிலி μ -ன் மதிப்பு

- (அ) w (ஆ) $-w$
(இ) w^2 (ஈ) $-w^2$

If $x = a \cos wt + b \sin wt$, then the constant μ of the SHM is

- (a) w (b) $-w$
(c) w^2 (d) $-w^2$

7. திசைவேகத்தின் ஆரக்கூறின் அளவு

- (அ) \dot{r} (ஆ) $r\dot{\theta}$
(இ) \ddot{r} (ஈ) $r^2\dot{\theta}$

The magnitude of the radial component of velocity is

- (a) \dot{r} (b) $r\dot{\theta}$
(c) \ddot{r} (d) $r^2\dot{\theta}$

8. 'a' ஆரம் உடைய வட்டப்பாதையில் நகரும் பொருளுக்கு P என்ற புள்ளியில் தொடுகோட்டின் வழியே செல்லும் முடுக்கத்தின் கூறு _____.

- (அ) $a\dot{\theta}^2$ (ஆ) $a\ddot{\theta}$
(இ) $a\dot{\theta}$ (ஈ) $a^2\dot{\theta}$

For a particle describing a circle of radius a , the acceleration at any point P has the component _____ along the tangent at P .

- (a) $a\dot{\theta}^2$ (b) $a\ddot{\theta}$
(c) $a\dot{\theta}$ (d) $a^2\dot{\theta}$

9. சுருளின் (p, r) சமன்பாடு

- (அ) $p = ar^2$ (ஆ) $p = r \cos \alpha$
(இ) $p = r \sin \alpha$ (ஈ) $p = r \tan \alpha$

(p, r) equation to the spiral is

- (a) $p = ar^2$ (b) $p = r \cos \alpha$
(c) $p = r \sin \alpha$ (d) $p = r \tan \alpha$

10. ஒரு துகள் மைய பாதையில் நகர்ந்தால் $r^2\dot{\theta} =$ _____.

- (அ) h (ஆ) $\frac{h}{2}$
(இ) $2h$ (ஈ) $-h$

If a particle moves in a central orbit then $r^2\dot{\theta} =$ _____.

- (a) h (b) $\frac{h}{2}$
(c) $2h$ (d) $-h$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) ஒரு எறிபொருள் அடையும் பெரும உயரமானது, எறிபுள்ளியின் வழியாக செல்லும் கிடைத்தளத்தின் மீதுள்ள வீச்சின் கால்பகுதி எனில் எறிகோணத்தைக் காண்க.

If the greatest height attained by the particle is a quarter of its range on the horizontal plane through the point of projection then find the angle of projection.

Or

- (ஆ) கொடுக்கப்பட்ட எறிவேகத்தில் எறியப்பட்ட துகளின் சாய்தளத்தின் மீதுள்ள பெரும வீச்சினைக் காண்க.

Determine the maximum range on an inclined plane, given the magnitude of the velocity of projection of a particle.

12. (அ) 8 கிலோகிராம் நிறையுடைய பந்து ஒன்று வினாடிக்கு 10 மீட்டர் வேகத்துடன் இயங்கிக் கொண்டு அதே திசையில் வினாடிக்கு 2 மீட்டர் வேகத்துடன் இயங்கும். 24 கிலோகிராம் நிறையுள்ள பந்து ஒன்றுடன் நேரடியாக மோதுகிறது. $e = \frac{1}{2}$ எனில் மோதிய பின் உள்ள வேகங்களைக் காண்க. மேலும் இயக்க ஆற்றலில் ஏற்படும் இழப்பையும் காண்க.

A ball of mass 8 kg moving with a velocity of 10 m/sec impinges directly on another ball of mass 24 kg moving at 2 m/sec, in the same direction. If $e = \frac{1}{2}$ then find the velocities after impact. Also calculate the loss in kinetic energy.

Or

- (ஆ) 'm' நிறையுள்ள ஒரு வழுவழப்பான கோளம் ஓய்விலிருக்கும் 'M' நிறையுள்ள வழுவழப்பான மற்றொரு கோளத்தின் மீது சாய்வாக மோதுகிறது. $m = eM$ எனில் மோதலுக்குப் பின் இயக்க திசைகள் செங்குத்தாக இருக்கின்றன என்று நிரூபி. (e என்பது மீள்சக்தி கெழு)

A smooth sphere of mass 'm' impinges obliquely on a smooth sphere of mass 'M' which is at rest. Show that if $m = eM$, the directions of motion after impact are at right angles. (e is the coefficient of restitution)

13. (அ) ஒரு துகள் ஒரு வட்டப் பரிதியில் சீரான வேகத்துடன் நகர்கிறது. நிலையான ஒரு விட்டத்தில், அதன் வீழ்ச்சி ஒரு சாமானிய சீரிசை இயக்கம் என நிறுவுக.

A particle moves along a circle with uniform speed. Show that the motion of its projection on a fixed diameter is simple harmonic.

Or

(ஆ) சாமானிய சீரிசை இயக்கத்தில் இயங்கிக் கொண்டிருக்கும் ஒரு துகள் 'a' என்ற வீச்சையும் 'T' என்ற அளவு நேரத்தையும் கொண்டுள்ளது. அதன் சராசரி தொலைவிலிருந்து அதன் தொலைவு 'x' ஆக இருக்கும் போது அதன் திசைவேகம் 'v' என்பது $v^2 T^2 = 4\pi^2(a^2 - x^2)$ எனும் சமன்பாட்டால் பெறப்படுகிறது என நிரூபி.

A body moving with SHM has an amplitude 'a' and period 'T'. Show that the velocity 'v' at a distance 'x' from the mean position is given by $v^2 T^2 = 4\pi^2(a^2 - x^2)$.

14. (அ) ஆரைத் திசையிலும் அதன் குறுக்குத் திசையிலும் ஒரு துகளின் முடுக்கத்தின் கூறுகளைத் தருவி.

Derive the radial and transverse components of acceleration of a particle.

Or

(ஆ) ஒரு புள்ளியின் ஆரைத் திசைவேகம் அதன் குறுக்குத் திசைவேகத்தைப் போல் k மடங்கு எனில் அப்புள்ளியின் பாதை ஒரு சமகோணச் சுருள் என நிறுவுக.

If a point moves so that its radial velocity is k times its transverse velocity then show that its path is an equiangular spiral.

15. (அ) ஒரு மைய பாதையில், பரப்புத் திசைவேகம் $\frac{1}{2}pv$ என நிறுவுக.

Prove that, in a central orbit, the areal velocity is $\frac{1}{2}pv$.

Or

- (ஆ) ஒரு துகளானது முனைவை நோக்கி ஒரு மைய விசையினால் இயக்கப்பட்டு $r^2 = a^2 \cos 2\theta$ என்ற பாதையை அமைக்கிறது. விசையின் விதியைக் காண்க.

Find the law of force towards the pole under which the particle describes the curve $r^2 = a^2 \cos 2\theta$.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) ஆரம்ப திசைவேகம் ' v '-யுடன் எறியப்பட்ட துகள் ஒன்று எறிபுள்ளியிலிருந்து ' a ' தொலைவிலுள்ள ஒரு செங்குத்துச் சுவரில் அடையக்கூடிய மீப்பெரு உயரம் $\frac{v^2}{2g} - \frac{ga^2}{2v^2}$ எனக் காட்டுக.

Show that the greatest height which a particle with initial velocity ' v ' can reach on a vertical wall at a distance ' a ' from the point of projection is $\frac{v^2}{2g} - \frac{ga^2}{2v^2}$.

Or

(ஆ) ஒரு எறிபொருளின் பாதையின் உச்சியிலும், ஏதேனும் ஒரு குவியநாணின் நுனிகளிலும் அப்பொருளின் திசைவேகங்கள் முறையை u , v_1, v_2 எனில் $v_1^{-2} + v_2^{-2} = u^{-2}$ நிரூபி.

If v_1 and v_2 be the velocities of a projectile at the ends of a focal chord of its path and u is the velocity at the vertex, prove that $v_1^{-2} + v_2^{-2} = u^{-2}$.

17. (அ) இரண்டு சம அளவு பந்துகள் ஒரு வழுவழப்பான மேசையில் ஒன்றையொன்று தொட்டுக் கொண்டிருக்கின்றன. அவற்றின் பொது தொடுகோடு வழியாக அதே அளவுள்ள மூன்றாவது பந்து, இரண்டின் மீதும் ஒரே நேரத்தில் மோதுகின்றது. e என்பது மீள்சக்திக்கெழு எனில் மோதலுக்குப் பின் $\frac{3}{5}(1-e^2)$ மடங்கு இயக்க ஆற்றலை இழந்திருக்கும் என நிறுவுக.

Two equal balls are in contact on a smooth table and a third equal ball moving along their common tangent strikes them simultaneously. Prove that $\frac{3}{5}(1-e^2)$ of its kinetic energy is lost by impact, e being the coefficient of restitution for each pair of balls.

Or

(ஆ) 'h' உயரத்திலிருந்து கிடைத்தளத்தின் மேல் மீள் இயல்புடைய 'm' நிறை பந்து ஒன்று விழுந்து எழும்புகிறது. மோதுகையில் இயக்க ஆற்றல் அழிவு $mgh(1-e^2)$ எனக் காட்டு. மேலும் எழும்புவதை நிறுத்தும் வரை எடுத்த காலம் $\sqrt{\frac{2h}{g}} \cdot \left(\frac{1+e}{1-e}\right)$ எனக் காட்டு.

An elastic ball of mass 'm' falls from a height 'h' on a fixed plane and rebounds. Show that the loss of kinetic energy of impact is $mgh(1-e^2)$. Show also that the time taken before the particle has finished rebounding is $\sqrt{\frac{2h}{g}} \cdot \left(\frac{1+e}{1-e}\right)$.

18. (அ) ஒரு துகள் சாமானிய சீரிசை இயக்கத்தில் இயங்கிக் கொண்டிருக்கிறது. தொடர்ந்து வரும் மூன்று கால இடைவெளிகளில் அலைவு மையத்திலிருந்து அதன் தூரங்கள் x_1 , x_2 , x_3

ஆகும். அலைவு காலம் $\frac{2\pi}{\cos^{-1}\left(\frac{x_1 + x_3}{2x_2}\right)}$ என

நிரூபி.

A particle is moving with SHM has distances x_1 , x_2 , x_3 in '3' successive intervals of time from its center of oscillation. Show that its

period is $\frac{2\pi}{\cos^{-1}\left(\frac{x_1 + x_3}{2x_2}\right)}$.

Or

- (ஆ) ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான ஒரே அலைவு நேரத்தைக் கொண்ட இரண்டு சாமானிய சீரிசை இயக்கங்களின் தொகுப்பைக் காண்க.

Find the composition of two SHMs of the same period in two perpendicular directions.

19. (அ) ஒரு துகள் 'v' எனும் சீரான வேகத்துடன் $r = a(1 + \cos \theta)$ எனும் வளைவரையில் நகர்கிறது. துருவத்தைப் பொறுத்து அதன் கோண வேகம்

$\frac{\theta}{2a} v \sec$ எனவும் ஆரைவழி முடுக்கக்கூறு $\frac{-3v^2}{4a}$

எனும் மாறிலி எனவும் நிறுவுக.

A particle moves with a uniform speed ' v ' along the curve $r = a(1 + \cos \theta)$. Show that its

angular velocity about the pole is $\frac{v \sec \frac{\theta}{2}}{2a}$

and the radial component of its acceleration is the constant $\frac{-3v^2}{4a}$.

Or

(ஆ) நிலை ஆதியைப் பொறுத்து நகரும் பொருளின் ஆரத்திசை மற்றும் அதற்கு செங்குத்தான திசையில் வேகங்கள் $\lambda\gamma$ மற்றும் $\mu\theta$. இங்கு λ, μ என்பன மாறிலிகள் எனில் துகளின் பாதையின் சமன்பாடு மேலும் ஆரத்திசை மற்றும் அதற்கு செங்குத்தான திசைகளில் அதன் முடுக்கங்களைக் காண்க.

The velocities of a particle along and perpendicular to the radius from a fixed origin are $\lambda\gamma$ and $\mu\theta$, where λ, μ are constants. Find the path and the accelerations along and perpendicular to the radius vector.

20. (அ) ஒரு துகள் நீள்வட்டம் பாதையில் குவியத்தை நோக்கிய விசையில் நகர்கிறது. அவ்விசையின் விதியைக் காண்க. மேலும் பாதையின் ஏதாவது ஒரு புள்ளியில் அதன் திசைவேகத்தையும் அலைவு நேரத்தையும் காண்க.

A particle moves in an ellipse under a force which is always directed towards its focus. Find the law of force, the velocity at any point of the path and its periodic time.

Or

- (ஆ) p என்பது துருவத்திலிருந்து தொடுகோட்டிற்கு வரையப்படும் செங்குத்து தூரம் எனில்

$$\frac{1}{p^2} = u^2 + \left(\frac{du}{d\theta} \right)^2 \text{ என நிறுவுக.}$$

If p is the perpendicular from the pole on the tangent then prove that $\frac{1}{p^2} = u^2 + \left(\frac{du}{d\theta} \right)^2$.